교육부 검정
2019. 8. 6.

중학교

수학 3

장경윤 | 강현영 | 김동원 | 안재만 | 이동환 | 홍은지 | 이미영 | 김민정 | 송은영 | 하승수 | 지영명 | 구나영

지학사

» 표지 이야기

'수학아, 놀자!'
다양한 수학적 놀이를 통하여 수학이 쉽고 친숙한 과목임을 재미있게 표현하였다.

» 교과서 물려주기 기록표

연도	교과서 사용자				상태
	학년	반	번호	이름	

› 상태 표기 예시: 매우 좋음, 좋음, 보통, 나쁨

중학교

수학 3

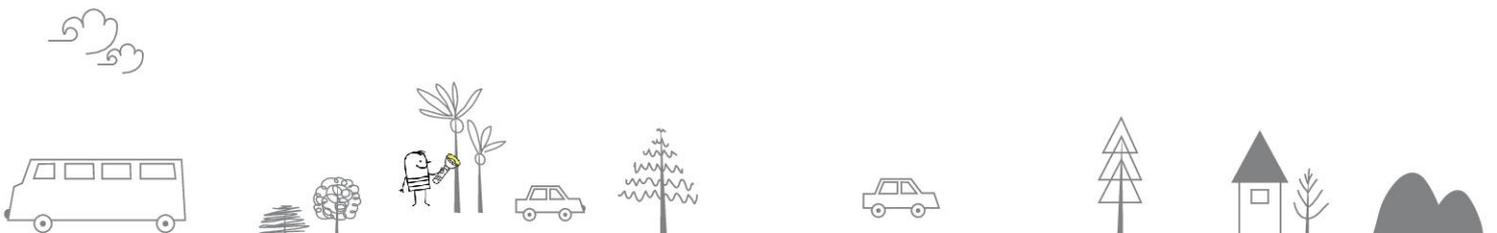
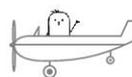
지학사

머리말

"수학은
거대한 사고의
모험이다."

-스트루익

우리는 생활 주변에서 일어나는 여러 가지 현상 속에서 수학을 만납니다. 일기 예보, 교통 통계, 경제 뉴스, 새로운 건축 양식, 우주 공간의 진화, 정보의 팽창, 각종 게임 속의 수와 공간 등 이 모든 상황에서 수학은 중요한 역할을 합니다. 수학은 우리가 만나는 주변의 상황과 현상을 표현하고 설명하며, 문제를 합리적이고 창의적으로 해결하게 하는 귀중한 도구입니다.

이처럼 수학은 실제적인 문제 해결을 위하여 고안된 학문이며 학교에서 다루는 수학 내용 중 맥락과 무관하게 생겨난 것은 없습니다. 우리는 수학 학습을 통하여 수학의 개념, 원리, 법칙을 이해하고 기능을 습득하여, 논리적으로 사고하고 소통하며 합리적으로 문제를 해결하는 능력과 태도를 기를 수 있습니다.

이 교과서는 초등학교 수학을 기반으로 여러분의 수학적 능력과 태도를 확장하고 향상해 나갈 수 있도록 저술되었습니다. 여러분들은 문맥 안에서 스스로 탐구하는 것으로 새로운 개념 학습을 시작하게 될 것이며, 수학의 지식을 이해하고 기능을 습득할 수 있습니다. 더불어 문제 해결, 추론, 창의·융합, 의사소통, 정보 처리, 태도 및 실천의 6가지 수학 교과 역량을 기를 수 있습니다. 또한, 여러분들의 동기 유발과 사고의 확장을 위하여 현장에서 활용이 가능한 수학 활동과 게임을 풍부하게 포함하였으며 실생활 소재와 사례를 활동의 문맥으로 사용하였습니다.

이 교과서를 통하여 여러분들은 수학에 관심을 가지고, 창의적 인성과 수학적 역량을 갖춘 미래 사회의 주역으로 성장해 나가기를 기원합니다.

저자 일동

구성과 특징

이 교과서는 2015 개정 교육과정에 제시된 학습 내용을 학생들이 쉽게 이해하도록 구성하여 자기 주도적 학습이 가능하도록 하였습니다.

특히, 사회 및 자연 현상을 수학적으로 관찰, 분석, 조직, 표현하는 학습 활동을 강화하여, 수학적으로 추론하고 의사소통하며, 창의·융합적 사고와 정보 처리 능력을 바탕으로 문제를 합리적이고 창의적으로 해결할 수 있도록 수학 교과 역량을 구현하였습니다.

이와 같은 교과서의 구성을 통하여 수학에 대한 흥미와 자신감을 갖고 수학의 가치를 인식하며 바람직한 태도 및 실천 능력을 기를 수 있도록 하였습니다.

• **대단원 도입**

단원의 학습을 위한 실생활과 연계된 사진과 이야기를 함께 제시하여 학생들의 흥미를 유발할 수 있습니다.
또, '이 단원을 공부하고 나면'을 제시하여 학습 목표를 분명히 하였습니다.

• **이것만은 알고 가자**

자기 주도적 학습 1단계로 본 단원의 도입에 필요한 선수 학습 문제를 제시하였습니다.

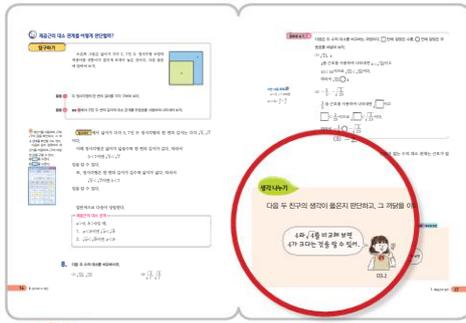
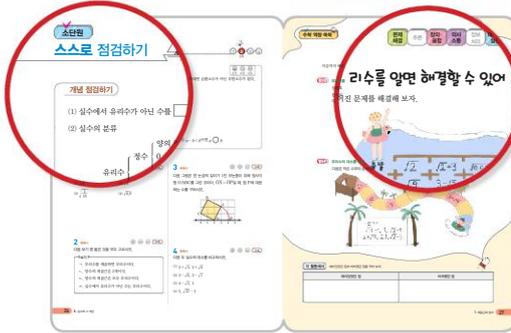
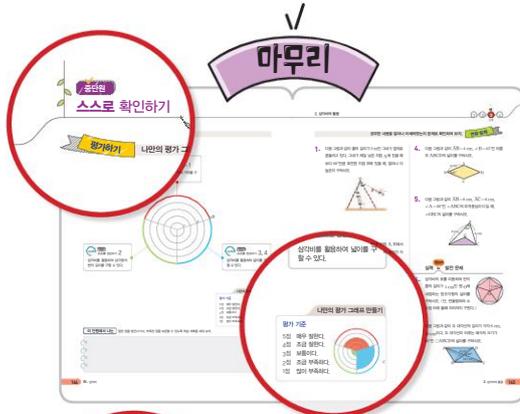
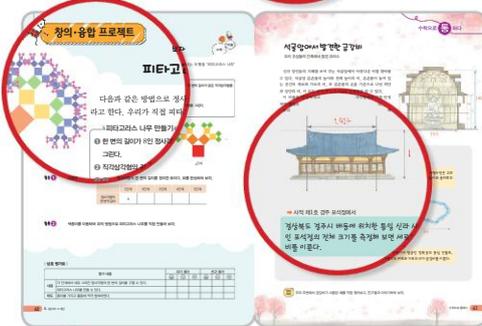
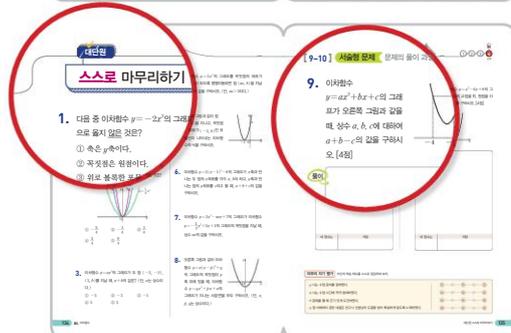
• **중단원 도입**

중단원의 학습 내용과 관련된 실생활 이야기를 만화 또는 삽화로 제시하여 학생들의 흥미를 유발할 수 있습니다.
또, 학생 스스로 자신의 학습 계획을 세워 볼 수 있도록 하였습니다.

• **탐구하기**

일상생활 소재나 사례를 수학적으로 관찰, 분석, 조직, 표현하는 학습 활동을 통하여 새로운 수학적 개념과 성질을 생각해 볼 수 있습니다.

• **본문, ⊕, 참고, 톡톡**

수학적 개념, 원리, 법칙 등을 쉽게 이해할 수 있도록 설명하고, 필요에 따라 설명을 추가하였습니다.

- **바로 확인, 함께해 보기, 문제**
  바로 확인으로 학습한 내용을 적용하고, 함께해 보기로 대표적인 문제를 함께 해결한 후, 유사한 문제를 스스로 해결함으로써 개념을 익힐 수 있습니다.
- **생각 나누기, 생각 키우기**
  소단원별로 수학 교과 역량을 기를 수 있는 과제를 제시하였습니다.

- **소단원 스스로 점검하기**
  자기 주도적 학습 2단계로 소단원에서 학습한 개념을 점검하고, 스스로 해결 가능한 기본적인 문제들을 제시하였습니다.
- **수학 역량 쑥쑥**
  배운 내용을 적용하여 해결 가능한 활동을 제시하고, 수학 교과 역량을 함양할 수 있도록 하였습니다.

- **중단원 스스로 확인하기**
  자기 주도적 학습 3단계로 중단원의 학습 목표의 학습 정도를 스스로 점검하여 나만의 평가 그래프를 만들어 보고, 중단원에서 학습한 내용을 적용하여 해결할 수 있는 문제들을 제시하였습니다.

- **창의·융합 프로젝트**
  창의·융합적 소재로 구현된 프로젝트 활동을 통하여 수학의 가치를 인식하며 바람직한 태도 및 실천 능력을 기를 수 있습니다.
- **수학으로 통하다**
  수학과 관련된 직업, 분야 등의 정보를 제공하여 수학의 가치와 유용성을 느낄 수 있도록 하였습니다.

- **대단원 스스로 마무리하기**
  자기 주도적 학습 4단계로 대단원에서 학습한 내용을 종합적으로 평가할 수 있는 문제를 제시하였습니다. 또, 풀이 과정을 작성하고, 스스로 채점하여 보는 과정을 통하여 문제해결력을 기를 수 있는 서술형 문제도 제시하였습니다.

차례

IV. 삼각비

V. 원의 성질

VI. 통계

부록/

3월 14일은 파이(π) 데이

원주율 π의 값을 소수점 아래 다섯째 자리까지 나타내면 3.14159이기 때문에 매해 3월 14일 1시 59분이 되면 세계 곳곳에서는 '파이 데이' 행사가 펼쳐진다.

파이 데이에는 π와 발음이 같은 파이(pie)를 먹거나 π의 값을 소수점 아래 수십 자리까지 외우는 게임을 하기도 한다.

실제로 π는 순환소수가 아닌 무한소수이므로 이 값을 외우기는 쉽지 않지만 한번 도전해 보는 것은 어떨까?

I

실수와 그 계산

1. 제곱근과 실수

이 단원을 공부하고 나면

- 제곱근의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다.
- 무리수의 개념을 이해한다.
- 실수의 대소 관계를 판단할 수 있다.
- 근호를 포함한 식의 사칙계산을 할 수 있다.

제곱근과 실수

01. 제곱근과 그 성질 | 02. 무리수와 실수 | 03. 근호를 포함한 식의 계산

이것만은 **알고 가자**

중1 거듭제곱

1. 다음을 계산하시오.

(1) 3^2

(2) $(-4)^2$

(3) $(0.7)^2$

(4) $\left(\frac{5}{4}\right)^2$

알고 있나요?

거듭제곱을 이해하고 있는가?

잘함 보통 모름

중1 정수와 유리수

2. 다음 수를 작은 수부터 차례대로 나열하시오.

$-1 \quad 0 \quad \frac{8}{3} \quad -\frac{4}{3} \quad 2.5$

알고 있나요?

정수와 유리수의 대소 관계를 판단할 수 있는가?

잘함 보통 모름

중2 유리수와 순환소수

3. 다음 유리수와 순환소수에 대한 설명 중 옳은 것은 ○표, 틀린 것은 ×표를 하시오.

(1) 순환소수는 유리수이다. ( )

(2) 유한소수는 분수로 나타낼 수 있다. ( )

(3) 정수가 아닌 유리수는 유한소수로 나타낼 수 있다. ( )

알고 있나요?

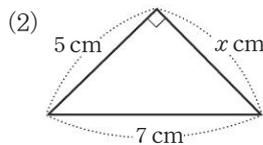
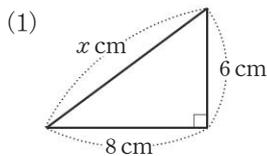
유리수와 순환소수의 관계를 이해하고 있는가?

잘함 보통 모름

중2 피타고라스 정리

4. 다음 그림과 같은 직각삼각형에서 x^2의 값을 구하시오.

(1)

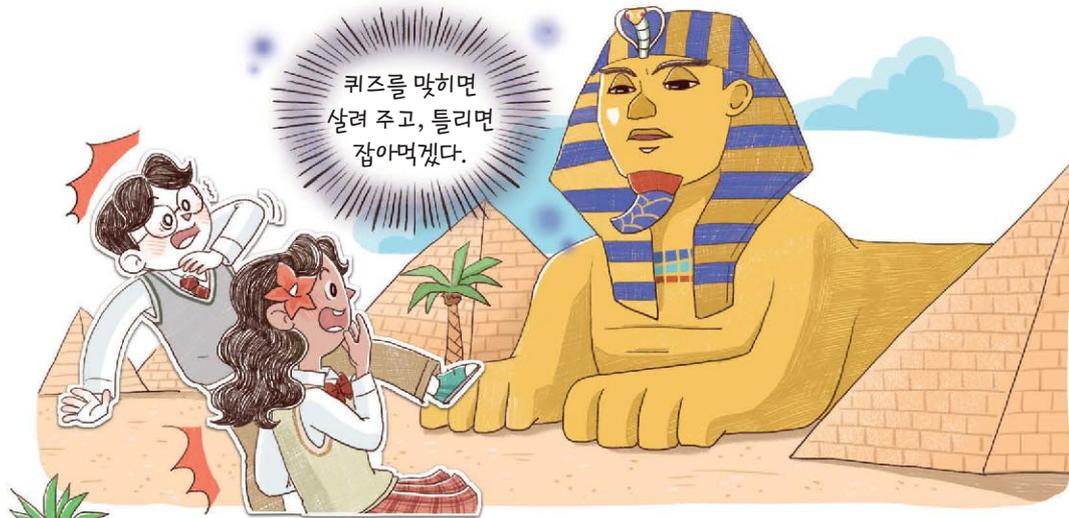
(2)

알고 있나요?

피타고라스 정리를 이해하고 있는가?

잘함 보통 모름

부족한 부분을 보충하고 본 학습을 준비하여 보자.

스핑크스가 내는 퀴즈를 풀어 보자!

퀴즈를 맞히면 살려 주고, 틀리면 잡아먹겠다.

첫 번째 퀴즈

정사각형의 넓이를 4배가 되게 하려면 정사각형의 한 변의 길이를 몇 배로 해야 하느냐?

정답! 2배입니다.

딱!

탈출이다!

두 번째 퀴즈

정사각형의 넓이를 2배가 되게 하려면 정사각형의 한 변의 길이를 몇 배로 해야 하느냐?

내 퀴즈만 어려워…

이러한 조건을 만족시키는 수를 찾을 수 있나요?

1.5?

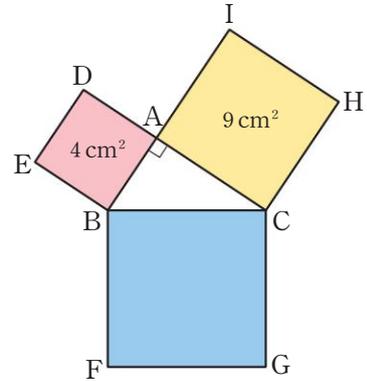
제곱근과 무리수의 개념을 이해하고, 실수의 대소 관계를 판단하여 보자. 또, 근호를 포함한 식을 계산하는 방법을 알아보자. 그리고 이를 학습할 수 있도록 자신의 계획을 세워 보자.

제곱근과 그 성질

학습 목표 | • 제곱근의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다.
• 제곱근의 대소 관계를 판단할 수 있다.

제곱근의 뜻은 무엇일까?

탐구하기

오른쪽 그림은 직각삼각형 ABC의 각 변을 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. 직각삼각형의 빗변이 아닌 두 변의 길이를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이가 각각 $4\ \mathrm{cm}^2$, $9\ \mathrm{cm}^2$일 때, 다음 물음에 답하여 보자.

활동 1 $\overline{AB}$와 $\overline{AC}$의 길이를 각각 구하여 보자.

활동 2 정사각형 BFGC의 한 변의 길이를 x cm라고 할 때, 다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣어 보자.

$$x^2=\square$$

⊕ $(-2)^2=4$이지만 $\overline{AB}$의 길이는 음수가 될 수 없으므로 -2는 답이 될 수 없다.

탐구하기의 **활동 1**에서 정사각형 ADEB의 넓이는 $2^2=4(\mathrm{cm}^2)$이므로 $\overline{AB}$의 길이는 2 cm이다. 한편,

$$2^2=4,\ (-2)^2=4$$

이므로 제곱해서 4가 되는 수는 2 또는 -2이다.

마찬가지로 정사각형 ACHI의 넓이는 $3^2=9(\mathrm{cm}^2)$이므로 $\overline{AC}$의 길이는 3 cm이다. 한편,

$$3^2=9,\ (-3)^2=9$$

이므로 제곱해서 9가 되는 수는 3 또는 -3이다.

이와 같이 어떤 수 x를 제곱하여 a가 될 때, 즉

$$x^2=a$$

일 때, x를 a의 **제곱근**이라고 한다.

한편, 양수와 음수를 제곱하면 항상 양수이므로 음수의 제곱근은 생각하지 않는다. 또, 제곱하여 0이 되는 수는 0뿐이므로 0의 제곱근은 0이다.

바로 확인 (1) $2^2=4$, $(-2)^2=4$이므로 4의 제곱근은 2와 ☐이다.
(2) $3^2=9$, $(-3)^2=9$이므로 ☐의 제곱근은 3과 -3이다.

1. 다음 수의 제곱근을 구하시오.

(1) 16　　　　(2) $\frac{1}{36}$

일반적으로 양수의 제곱근은 양수와 음수 2개가 있고, 그 두 수의 절댓값은 서로 같다.

양수 a의 제곱근 중에서 양수인 것을 양의 제곱근, 음수인 것을 음의 제곱근이라 하고, 기호 $\sqrt{\ }$를 사용하여

양의 제곱근을 $\sqrt{a}$,

음의 제곱근을 $-\sqrt{a}$

로 나타낸다.

참고 기호 $\sqrt{\ }$는 뿌리(root)를 뜻하는 라틴어 radix의 첫 글자 r를 변형하여 만든 것이다. 그리고 근호는 '제곱근을 나타내는 기호'를 줄인 말이다.

이때 기호 $\sqrt{\ }$를 **근호**라고 하며, $\sqrt{a}$를 '제곱근 a' 또는 '루트 a'라고 읽는다. 그리고 $\sqrt{a}$와 $-\sqrt{a}$를 한꺼번에 $\pm\sqrt{a}$로 나타내기도 한다.

예를 들어 7의 제곱근은 $\sqrt{7}$과 $-\sqrt{7}$이고, 한꺼번에 $\pm\sqrt{7}$로 나타내기도 한다.

탐구하기의 **활동 ❷**에서 정사각형 BFGC의 넓이는 피타고라스 정리에 의하여

$$x^2=4+9=13$$

이고, 이때 x는 13의 양의 제곱근이므로 $\sqrt{13}$이다.

2. 다음 수의 제곱근을 구하시오.

(1) 11　　　　(2) $\frac{1}{7}$

25의 제곱근을 근호를 사용하여 나타내면 $\sqrt{25}$와 $-\sqrt{25}$이고, 25의 양의 제곱근은 5, 음의 제곱근은 -5이므로

$$\sqrt{25}=5,\ -\sqrt{25}=-5$$

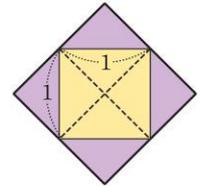
임을 알 수 있다.

이와 같이 근호 안의 수가 어떤 유리수의 제곱이면 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있다.

한편, 0의 제곱근은 0이므로 $\sqrt{0}=0$이다.

3. 다음 수를 근호를 사용하지 않고 나타내시오.

(1) $\sqrt{4}$　　(2) $-\sqrt{0.16}$

4. 오른쪽 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형의 넓이를 두 배로 늘렸을 때, 큰 정사각형의 한 변의 길이를 구하시오.

5. 다음 제곱근에 대한 ○ × 퀴즈를 푸시오.

(1) 5의 음의 제곱근은 $-\sqrt{5}$이다.

(2) 제곱근 10은 $\pm\sqrt{10}$이다.

제곱근에는 어떤 성질이 있을까?

탐구하기

다음은 어떤 수와 그 수의 제곱근을 나타낸 표이다. 물음에 답하여 보자.

a	6	9	13
a의 양의 제곱근	$\sqrt{6}$		
a의 음의 제곱근		-3	

활동 1 표를 완성하여 보자.

활동 2 활동 1에서 구한 제곱근을 각각 제곱하면 어떤 수가 되는지 말하여 보자.

탐구하기 에서 $\sqrt{6}$과 $-\sqrt{6}$은 6의 제곱근이므로

$$(\sqrt{6})^2=6,\ (-\sqrt{6})^2=6$$

이다.

또, $3^2=9$, $(-3)^2=9$이고, 9의 양의 제곱근은 3이므로 $\sqrt{9}=3$이다. 즉,

$$\sqrt{3^2}=\sqrt{9}=3,\ \sqrt{(-3)^2}=\sqrt{9}=3$$

이다.

일반적으로 다음이 성립한다.

제곱근의 성질

$a>0$일 때,

1. $(\sqrt{a})^2=a$, $(-\sqrt{a})^2=a$
2. $\sqrt{a^2}=a$, $\sqrt{(-a)^2}=a$

6. 다음 값을 구하시오.

(1) $(\sqrt{3})^2$

(2) $\left(-\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2$

(3) $\sqrt{0.3^2}$

(4) $\sqrt{(-17)^2}$

함께해 보기 1

다음은 제곱근의 성질을 이용하여 주어진 식을 계산하는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣어 보자.

(1) $(\sqrt{3})^2+\sqrt{(-4)^2}$

$(\sqrt{3})^2=\square$,

$\sqrt{(-4)^2}=\square$이므로

$(\sqrt{3})^2+\sqrt{(-4)^2}=\square$

(2) $\sqrt{64}-(-\sqrt{5})^2$

$\sqrt{64}=\sqrt{8^2}=\square$,

$(-\sqrt{5})^2=\square$이므로

$\sqrt{64}-(-\sqrt{5})^2=\square$

7. 다음을 계산하시오.

(1) $(\sqrt{2})^2+(-\sqrt{11})^2$

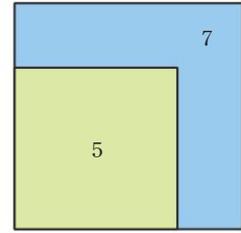
(2) $\sqrt{7^2}-\sqrt{(-3)^2}$

(3) $\sqrt{1.44}\times\sqrt{\left(-\frac{1}{3}\right)^2}$

(4) $\sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2}\div\sqrt{4}$

제곱근의 대소 관계를 어떻게 판단할까?

탐구하기

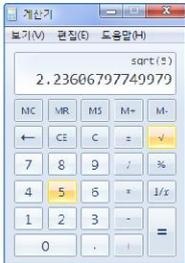
오른쪽 그림은 넓이가 각각 5, 7인 두 정사각형 모양의 색종이를 귀퉁이가 겹치게 포개어 놓은 것이다. 다음 물음에 답하여 보자.

활동 1 두 정사각형의 한 변의 길이를 각각 구하여 보자.

활동 2 활동 1에서 구한 두 변의 길이의 대소 관계를 부등호를 사용하여 나타내어 보자.

계산기를 이용하여 $\sqrt{5}$와 $\sqrt{7}$의 값을 확인하고, 그 대소 관계를 확인할 수도 있다.

다음과 같이 컴퓨터의 계산기를 이용하여 $\sqrt{5}$의 어림한 값을 구할 수 있다.

❶ 5 를 누른다.

❷ √ 를 누른다.

탐구하기에서 넓이가 각각 5, 7인 두 정사각형의 한 변의 길이는 각각 $\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$이다.

이때 정사각형은 넓이가 넓을수록 한 변의 길이가 길다. 따라서

$5<7$이면 $\sqrt{5}<\sqrt{7}$

임을 알 수 있다.

또, 정사각형은 한 변의 길이가 길수록 넓이가 넓다. 따라서

$\sqrt{5}<\sqrt{7}$이면 $5<7$

임을 알 수 있다.

일반적으로 다음이 성립한다.

제곱근의 대소 관계

$a>0$, $b>0$일 때,

1. $a<b$이면 $\sqrt{a}<\sqrt{b}$
2. $\sqrt{a}<\sqrt{b}$이면 $a<b$

8. 다음 두 수의 대소를 비교하시오.

(1) $\sqrt{15}$, $\sqrt{17}$

(2) $\sqrt{\frac{3}{7}}$, $\sqrt{\frac{5}{7}}$

함께해 보기 2

다음은 두 수의 대소를 비교하는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를, ◯ 안에 알맞은 부등호를 써넣어 보자.

(1) $\sqrt{15}$, 4

4를 근호를 사용하여 나타내면 $4=\sqrt{16}$이고

$15<16$이므로 $\sqrt{15}<\sqrt{16}$이다.

따라서 $\sqrt{15}$ ◯ 4

이전 내용 톡톡
$a<b$, $c<0$이면
$ac>bc$, $\frac{a}{c}>\frac{b}{c}$

(2) $-\frac{1}{5}$, $-\sqrt{\frac{1}{23}}$

$\frac{1}{5}$을 근호를 사용하여 나타내면 $\sqrt{\square}$이고

$\square<\frac{1}{23}$이므로 $\sqrt{\square}<\sqrt{\frac{1}{23}}$이다.

따라서 $-\frac{1}{5}$ ◯ $-\sqrt{\frac{1}{23}}$

함께해 보기 2와 같이 근호가 있는 수와 근호가 없는 수의 대소 관계는 근호가 없는 수를 근호를 사용하여 나타낸 후 판단한다.

9. 다음 두 수의 대소를 비교하시오.

(1) 3, $\sqrt{10}$

(2) $\frac{1}{3}$, $\sqrt{\frac{1}{8}}$

(3) -2, $-\sqrt{5}$

(4) -0.2, $-\sqrt{0.06}$

생각 나누기 추론 의사소통 태도 및 실천

다음 두 친구의 생각이 옳은지 판단하고, 그 까닭을 이야기하여 보자.

4와 $\sqrt{4}$를 비교해 보면 4가 크다는 것을 알 수 있어.

미나

재진

마찬가지로 0.81과 $\sqrt{0.81}$을 비교해 보면 0.81이 더 크겠네.

스스로 점검하기

개념 점검하기

(1) 음이 아닌 수 a에 대하여 어떤 수 x를 제곱하여 a가 될 때, x를 a의 ☐이라고 한다.

(2) 양수 a의 제곱근 중 양수인 것을 $\sqrt{a}$, 음수인 것을 ☐로 나타낸다.

(3) $a>0$일 때,

① $(\sqrt{a})^2=a$, $(-\sqrt{a})^2=$☐　　② $\sqrt{a^2}=$☐, $\sqrt{(-a)^2}=a$

(4) $a>0$, $b>0$일 때,

① $a<b$이면 $\sqrt{a}<\sqrt{b}$　　② $\sqrt{a}<\sqrt{b}$이면 a ◯ b

1 ●●●

다음 수의 제곱근을 구하시오.

(1) 25　　(2) 0.81

(3) 34　　(4) $\frac{2}{11}$

2 ●●●

다음을 계산하시오.

(1) $(\sqrt{5})^2$　　(2) $\sqrt{(-11)^2}$

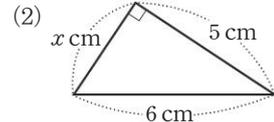
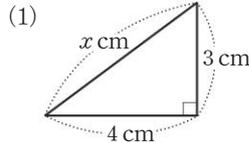
(3) $(\sqrt{2})^2+\sqrt{3^2}$　　(4) $(-\sqrt{1.4})^2\times\sqrt{25}$

3 ●●●

$0<a<3$일 때, 다음을 간단히 하시오.

$$\sqrt{a^2}+\sqrt{(3-a)^2}$$

4 ●●●

다음 그림과 같은 직각삼각형에서 x의 값을 구하시오.

(1)
(2)
5 ●●●

다음 두 수의 대소를 비교하시오.

(1) $\sqrt{6}$, $\sqrt{7}$

(2) $\sqrt{0.15}$, $\sqrt{0.2}$

(3) $-\sqrt{8}$, -3

(4) $-\sqrt{\frac{5}{2}}$, $-\frac{3}{2}$